SUGESTÕES DIDÁCTICAS PARA UTILIZAR O MÉTODO DOS COEFICIENTES NA DETERMINAÇÃO DE ASSIMPTOTA OBLÍQUA DE UMA FUNÇÃO RACIONAL

SUGESTÕES DIDÁCTICAS PARA UTILIZAR O MÉTODO DOS COEFICIENTES

AUTORES: Ermelinda Gaspar Chinguengue[1]

Reinaldo Sampedro Ruiz[2]

BartolomeuChindumbo Delfino[3]

DIRECCIÓN PARA CORRESPONDENCIA:E-mail: armindachinguengue@gmail.com

Fecha de recepción: 08-06-2015

Fecha de aceptación: 16-08-2015

RESUMO

Através de diferentes instrumentos de investigação, observou-se que existem insuficiências por parte dos estudantes do 1º e 2º ano de Matemática do ISCED-Huambo, na disciplina Matemática I quando se fala do conceito de assimptotas, e especificamente a determinação das assimptotas oblíquas, quando esta assimptota é uma recta. Para minimizar essas dificuldades, elaborou-se a presente obra com sugestões para a utilização do Método do coeficiente Chi para determinação de assimptota oblíqua de uma função racional, quando esta assimptota é uma recta, com exemplos resolvidos. Os exercícios serviram como material de consulta para professores e estudantes, e contribuirá a minimizar as dificuldades na resolução do problema diagnosticado.

PALABRAS-CHAVE: assímptotas; assímptotas oblíqua;, sugestões didácticas.

THE DEVELOPMENT AND FORMATION OF COMPETENCES TO MANAGEMENT THE MATHEMATICAL KNOWLEDGE OF THE STUDENTS OF ENGINEERING CARRIER THROUGH A SYSTEM OF EDUCATIONAL TASKS

ABSTRACT

The formation of competent and committed professionals with the social development constitutes an essential mission of the Contemporary Superior Education nowadays, (UNESCO, 1998). Every day the society demands with more force the formation of professionals able to achieve an ethical and responsible professional acting. Through the use of diverse methods and technical of the pedagogic investigation the contradiction is based that is given among the new social necessities that demand the formation of professionals with competences related with the management of the knowledge from the superior mathematics' educational process. In the work the

[1] Licenciada em Matemática. Professora de Matemática do Departamento de Ciências Exactas (ISCED) de Huambo, Angola.
[2] Doutor em Ciências Pedagógicas. Universidade de Camaguey. Colaborador do Instituto Superior de Ciências da Educação (ISCED) de Huambo, Angola. E-mail: reisampedro54@gmail.com
[3] Licenciado em Matemática. Professor do Departamento de Ciências Exactas (ISCED) de Huambo, Angola. E-mail: delfinomano27@gmail.com

characteristics of a system of tasks are shown to favor the formation and development of these competences, for the students of the Mathematics carrier of the ISCED of Huambo. The exemplification is carried out from the Mathematical I, in the Derived topic of Functions of a variable.

KEYWORDS: System of tasks; management; mathematical knowledge.

INTRODUÇÃO

Para os profissionais serem capazes de enfrentar as tarefas que lhe correspondem de maneira eficiente de acordo com as necessidades do mundo moderno é indispensável uma formação e preparação de modo que responda com eficiência as exigências do mundo moderno, pois que, é um dos maiores desafio pelos que atravessa a Educação Superior hoje em dia em Angola. Muitos podem ser os factores que atentam contra o bom desempenho do processo de ensino-aprendizagem (PEA) da Matemática em particular nas cadeiras de Complemento da Matemática e de Prática e Resolução de Exercícios e Problemas da Matemática Elementar (PREPME) contribuindode forma negativa à formação que se espera deste profissional, atendendo suas características básicase fundamentais para o exercício de sua actividades. Neste sentido, dedicou grande atenção nos últimos anos à projecção futura que a Educação Superior tem que assumir, a reflexão sobre seu conteúdo, as tendências que prevalecem e as urgências a enfrentar para que a mesma seja um Sistema Educacional de acordo às exigências actuais e futuras.

Se totalizarmos estas missões da Universidade actual em uma só que recolha a essência das mesmas pudéssemos mencionar que a missão da Universidade radica na democratização de seu processo de ensino – aprendizagem, isso se refere como aumentar o papel activo dos alunos na aquisição dos novos conhecimentos, como desenvolver seu nível de independência, como lhes criar as convicções para transformar, de tal maneira que ao concluir seus estudos sejam capazes de integrar-se ao contexto produtivo ou social de forma activa, participativa, criativa e inovadora.

O anterior pressupõe que a actual Reforma Educativa deverá recolher entre seus propósitos e missões, o protagonismo do estudante no processo de ensino-aprendizagem, sua independência na tomada de decisões, com o fim de prepará-los como profissionais integrais e competentes, deixar atrás os métodos tradicionalistas de ensino e lançar-se para a busca de alternativas que envolvam mais aos estudantes no processo de ensino- aprendizagem do qual ele é sujeito activo, assim como à introdução das TIC no actual processo.

No catálogo que ocupa o Instituto Superior de Ciências de Educação, ISCED-Huambo, como Instituição social de alto nível e onde se formam os profissionais, incluindo os profissionais de Ciências de Educação opção Matemática capazes de enfrentar os desafios da ciência e da técnica, um papel importante o joga as disciplinas de formação básica tais como Análise Matemática I, II e III, Complexa, Equações Diferencias, Pesquisa operacional, Complemento da matemática, PREPME, Geometria entre outras.

Actualmente, no ensino da Matemática um dos aspectos que merece maior atenção, é o trabalho com os estudantes do 1º ano, onde evidentemente se confrontam problemas com a adaptação e a articulação entre o Ensino Médio e o Superior, incidindo isso de forma negativa no processo de ensino-aprendizagem das Cadeiras basicas, para o qual se necessita de um domínio adequado dos conhecimentos e habilidades precedentes para poder enfrentar com êxito os novos conteúdos.

Desde esta óptica podemos expor que no ISCED do Huambo, o atual processo de ensino – aprendizagem de Complementos da Matemática e Prática e Resolução de Exercícios e Problemas da Matemática Elementar (PREPME) especificamente na opção de Matemática, desenvolveu-se de uma forma tradicional, assistémica, dirigida à formação de habilidades básicas de cálculo, reflectindo através da análise dos resultados das observações ao processo docente educativo, das entrevistas à estudantes e professores, possibilitando tirarà conclusão que os estudantes do 1º ano da opção Matemática no ISCED do Huambo apresentam insuficiências no desenvolvimento das habilidades básicas da Matemática incidindo de maneira significativa a determinação das assimptotas de uma função racional e especificamente a assimptota oblíqua, limitando seu desempenho como futuro profissional.

A situação antes descrita em torno do actual processo de ensino – aprendizagem de Complementos da Matemáticae Prática e Resolução de Exercícios e Problemas da Matemática Elementar (PREPME) motivou aos autores a busca de uma alternativa que resolva tais dificuldades, ou seja é evidente a necessidade de um ensino que possibilite a integração das habilidades básicas na matemática, pois garantem maior desenvolvimento de habilidades específicas do profissional de Ciências da Educação opção Matemática a partir da análise objectivo dos recursos tecnológicos com os que se conta para levar a cabo o actual processo.

O objectivo deste trabalho é propor métodos que permite com facilidade e rapidez aos estudantes do 1º e 2º ano de Matemática do ISCED-Huambo, Angola determinar as assimptotas oblíquas de uma função racional, especificamente quando esta assimptota é uma recta.

DESENVOLVIMENTO

Dentro dos conhecimentos matemáticos, encontra - se as assimptotas de uma função racional, estas assimptotas são verticais, horizontais e oblíquas, este conteúdo se estuda na 12ª classe do II Ciclo de Ensino Secundário de forma superficial e no 1º e 2º ano de Licenciatura em Ciências de Educação na opção de Matemática onde se aborda com maior profundidade e se descreve de forma taxativa sua análise na ajuda de construção de gráficos de funções racionais.

Ao estudarmos as funções racionais, uma das suas características que permite uma visualização fácil e concreta é encontrarmos com muita frequência gráficos que se aproximam de linhas indefinidas à medida que crescem ou decrescem. Geometricamente, uma linha é assimptota à uma curva se a distância da linha à curva se torna tão pequena a medida que a curva se aproxima da linha.

Definição 1: Assimptota vertical

Seja $\mathrm{f(x)}$ uma função racional a recta $x = a$ é assimptota vertical da função f, em que para valores mais próximos de a, a função tende para $+\infty$ ou $-\infty$.

Em outras palavras, chama-se assimptota vertical de uma função racional o nº $x = a$ que não pertence ao domínio de definição da função.

Definição 2: Assimptota horizontal

Seja $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ uma função racional, tal que $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_0$ e $Q(x) = b_k x^k + b_{k-1} x^{k-1} + ... + b_0$ onde $Q(x) \neq 0$ e se $k \geq n$ o numerador e o denominador da função não têm factores comuns, então a recta $y = b$ é uma assimptota horizontal do gráfico da função f(x)⇔f(x) → b quando $x \to \pm\infty$

Exemplo: Dada a função $f(x) = \frac{1}{x-2}$

Determina as assimptotas verticais e horizontais.

Resolução:

Assimptota vertical

1º Analisemos o domínio de definição da função e verificamos que $D_f = \{x \in \Re / x \neq 2\}$ A recta de equação $x = 2$ é uma assimptota vertical do gráfico da função.

Assimptota horizontal

2º Atendendo a definição se pode constatar que o grau do polinómio do denominador é maior que o grau do polinómio do numerador da função dada. Logo $y = 0$ é assimptota horizontal do gráfico da função, isto é, assimptota está sobre o eixo das ordenadas.

Em dedução temos:

1º $D_f = \{x \in \Re / x \neq 2\}$

$$\lim_{x \to 2} \frac{1}{x-2} = \frac{1}{2-2} = \frac{1}{0} = \infty$$

Se $x \to 2^+$ então $f(x) \to +\infty$

Se $x \to 2^-$ então $f(x) \to -\infty$

Logo a recta de equação $x = 2$ é uma assimptota vertical do gráfico da função.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x-2} = 0^+ \text{ então } f(x) \to 0^+$$

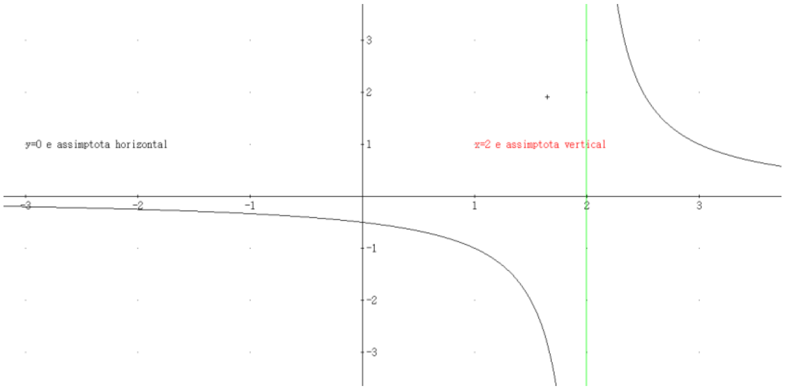
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x-2} = 0^- \text{ então } f(x) \to 0^-$$

A recta de equação $y = 0$ é assimptota horizontal do gráfico da função.

Representação gráfica

1º Representam-se as equações das assimptotas $x = 2$ e $y = 0$

2º Representa-se a curva, isto é, a função $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$



Dos estudos feitos nos trabalhos de (Fernández (1982), Álvarez (1999), Iezzi (2004), Gomes (2005), Fazenda (2006) Ferreira (2008), Ferreiras (2014)) os autores chegam a conclusão de que é comum e frequente a definição de assimptota Oblíqua de funções racionais em quase todos os trabalhos, de maneira seguinte:

Assimptota oblíqua

Seja $f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ uma função racional, em que $\mathrm{P(x)}$ e $\mathrm{Q(x)}$ não têm factorescomuns e$\mathrm{Q(x)} \neq 0$.

- Se o grau do numerador é maior uma unidade que o grau do denominador e não existirem factores comuns entre o numerador e o denominador, então, o gráfico da função tem uma assimptota oblíqua, que é representada pela recta $y = ax + b \quad \forall\ a, b \in R\ \ tal\ \ que\ \ a \neq 0$
- Sempre que o numerador não admitir zero (s), a curva não intersecta o eixo x.
- Sempre que o numerador admitir zero (s), a curva intersecta o eixo x.
- A medida que os valores de x crescem ou decrescem, a distância entre a curva e a recta aproxima ao número zero.

Se procedendo com o uso de transformações algébricas, na interacção dos item supra mencionados.

Exemplo

Determinar a assimptota oblíqua da seguinte função usando transformações algébricas: $\mathrm{f(x)} = \frac{\mathrm{x}^2+1}{\mathrm{x}}$

Resolução:

1º Passo: Determinação dos zeros do numerador

$\mathrm{x}^2 + 1 = 0$

$x = \pm\sqrt{-1}$; logo o numerador da função não tem zero, o que dizer que, a curva não intercepta o eixo das abcissas.

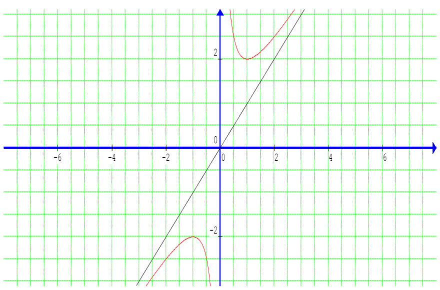
2º Passo: Dividimos o numerador pelo denominador, aplicando o método da chave, teremos;

$$\begin{array}{l|l} x^2 + 1 & x \\ \hline \cancel{-x^2} & x \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x} = x + \frac{1}{x}$$

3º Passo: Concluímos que o quociente x, é assimptota oblíqua da função $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$

4º Passo: Representação gráfica da assimptota $y = x$ da função $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$



Ferreira (2008)

Método rápido para determinar as assimptota oblíqua de funções racionais

Tendo em conta as dificuldades que os estudantes têm em efectuar a divisão de polinómios utilizando o método de chaves propomos a fórmula designada por Coeficientes Chi que nos ajuda a determinar a assimptota de funções racionais à partir dos coeficientes da função, apresentado pela Lic. Ermelinda Gaspar Chinguengue na 7ª Edição da Antecâmara da Feria do Inventor e Criador Angolano, em Luanda / Angola, já reconhecido pelo Ministério da Cultura e direitos de Autores.

Sugestões didácticas para trabalhar com o método dos coeficientes

1. Analisar do ponto de vista gradual o grau de complexidade dos polinómios que definem a função dada.
2. Partir sempre dos exercícios mais fácies para os mais difíceis.
3. Ter uma coerência do desenvolvimento da resolução do exercícios, em particular quando se calcula os constantes (a e b) da recta.
4. Atender dentro das possibilidades a extracção de dados de maneira individual.
5. Passar sempre que possível do abstracto ao concreto, isto é representar graficamente a função com a sua assimptota determinada.

Coeficientes Chi[4]

Seja $f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ e $Q(x) = b_k x^k + b_{k-1}x^{k-1} + \ldots + b_1 x + b_0$ uma função racional, com $Q(x) \neq 0$.

Se n é maior uma unidade que k, e não existir factores comuns entre o numerador e o denominador da função, então, o gráfico da função tem uma assimptota oblíqua, que é representada pela recta $y = ax + b \quad \forall\ a, b \in R\ tal\ que\ a \neq 0$ onde: $a\ e\ b$ são determinados pelas seguintes fórmulas:

- Caso geral: $a = \dfrac{a_n}{b_k} \quad e \quad b = \dfrac{a_{n-1}.b_k - a_n.b_{k-1}}{(b_k)^2}$
- Caso particular: Se $a = \dfrac{a_n}{b_k} \in Z$ então $b = \dfrac{a_{n-1} - a.b_{k-1}}{(b_k)}$

Vantagens do método do Coeficiente Chi para Determinar a assimptota oblíqua

1. Conhecendo os coeficientes de cada parcela dos polinómios intervenientes na função, podemos ir imediatamente nas fórmulas.
2. Fácil compreensão, dedução e aplicação das fórmulas.
3. Menos tempo no Cálculo dos coeficientes $a\ e\ b$ e na determinação da equação $y = ax + b$ que é a assimptota oblíqua a função dada.

Exemplo: Determine a assimptota oblíqua das seguintes funções

a) $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{x + 1}$

b) $f(x) = \dfrac{3x^3 + 5x^2 - 13x}{2x^2 + 3x + 5}$

Resolução:

a) Vemos que estamos diante de uma fracção racional e que podemos tirar com muita facilidade os coeficientes das parcelas dos polinómios que definem a função.Logo temos

$$a_2 = 1 \qquad a_1 = 1 \quad Do \quad Polinomio\ \ do\ numerador$$
$$b_1 = 1 \qquad b_0 = 1 \quad Do\ polinomio\ \ do\ \ deno\min ador$$

Com efeito $a = \dfrac{a_2}{b_1} \Rightarrow a = 1$ como $a \in Z\ \ temos \quad b = \dfrac{a_1 - a.b_0}{b_1} \Rightarrow b = 0$

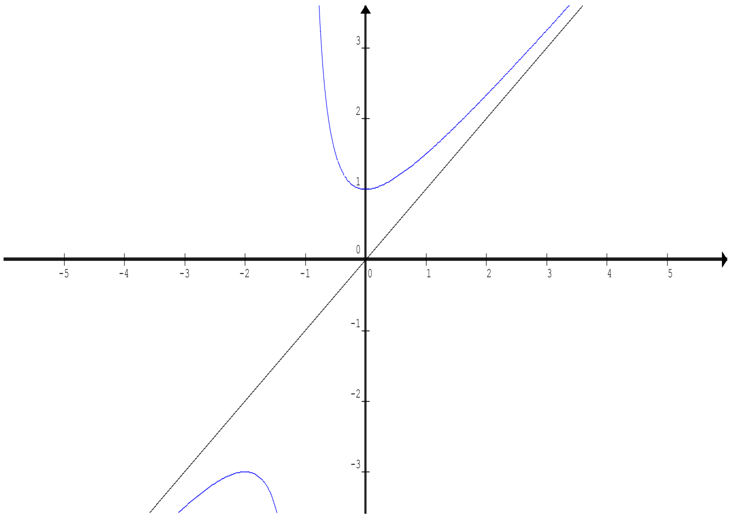
Logo a recta $y = x$ é assimptota oblíqua da função $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{x + 1}$

[4]Chama-se coeficientes Chi aos coeficientes estriados das parcelas dos polinómios que definem a função racional.

Representação gráfica

1º Representação da equação da recta assimptótica $y = x$.

2º Representação a curva da função, isto é, a função $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$



b) Do mesmo modo extraímos rapidamente os coeficientes das parcelas dos polinómios e temos:

$a_3 = 3 \qquad a_2 = 5 \qquad$ *Do Polinomio do numerador*

$b_2 = 2 \qquad b_1 = 3 \qquad$ *Do polinomio do denominador*

Com efeito $a = \dfrac{a_3}{b_2} \quad \Rightarrow \quad a = \dfrac{3}{2}$

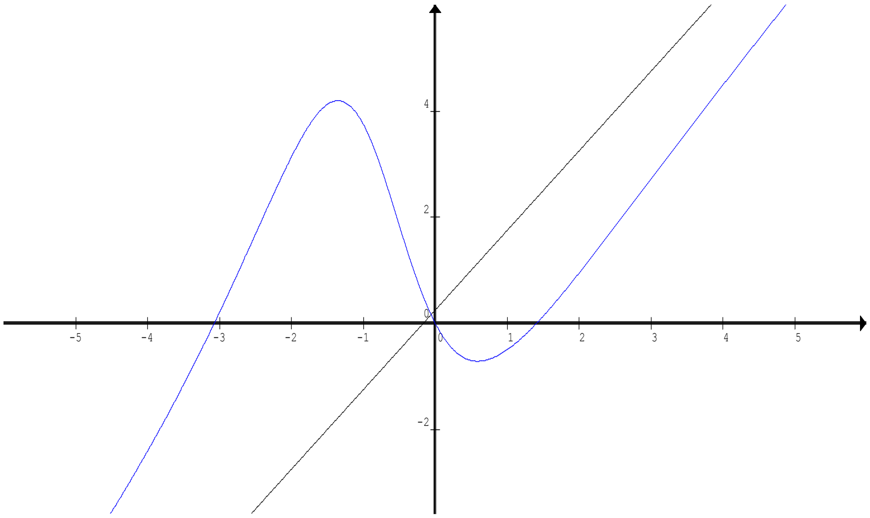
Como $a \notin Z$ *temos* $\quad b = \dfrac{a_2 b_2 - a._3 b_1}{(b_2)^2} \quad \Rightarrow b = \dfrac{5.\ 2 - 3.\ 3}{(2)^2} \qquad$ *Então* $\qquad b = \dfrac{1}{4}$

Logo: $y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{4}$ é assimptota oblíqua da funçãof$(x) = \frac{3x^3+5x^2-13x}{2x^2+3x+5}$

Representação gráfica

1º Representação da equação da recta assimptótica $y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{4}$

2º Representação da curva da função, isto é, a função $f(x) = \frac{3x^3+5x^2-13x}{2x^2+3x+5}$



CONCLUSÕES

O método do Coeficiente Chi é utilizado para auxiliar e facilitar o processo de ensino e aprendizagem na determinação das assimptotas Oblíquas nos estudantes da 12ª classe do II Ciclo do Ensino Secundário e 1º e 2º ano da Licenciatura em Ciências de Educação na opção de Matemática nas cadeiras de Complemento da Matemática e PREPME no tema de Funções Elemetares que têm por assimptota uma recta oblíqua.

Deve ser utilizado sistematicamente e aplicado atendendo as condições concretas e variáveis ao grupo de estudantes.

A sugestão didáctica constitui uma alternativa válida para contribuir ao aperfeiçoamento do processo de ensino-aprendizagem e desenvolver habilidades Matemáticas básicas e especificas no profissional de Educação opção Matemática, as quais podem ser aperfeiçoadas de acordo a preparação e experiência de cada professor.

Os exemplos resolvidos com o método do Coeficiente Chi contribuem significativamente no aperfeiçoamento das habilidades para determinar assimptota de uma função racional, quando esta é uma recta.

REFERÊNCIAS

Álvarez de Zayas, C. (1997). *Didáctica de los valores*. Dirección de formación de profesionales. La Habana.

Álvarez de Zayas, C. (1999). *La escuela en la vida: Los componentes operacionales del proceso docente educativo. La independencia cognoscitiva del estudiante*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Fazenda, J. (2006). *Matemática 12ª Classe*. Livro do aluno. Angola. Texto Editores.

Fernández, C. S. (1982). *Análisis Matemático Tomo I* .PLaya, Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

Fernández, C. S. (1982). *Análisis Matemático Tomo I* .PLaya, Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

Ferreira, M.A. (2008). *Matemática 12ª classe*. Livro do aluno. Portugal. Porto Editores.

Ferreiras, M. V. (2014). *Matematica para consurso Calculo e Geometria Analitica*. Obtido em www.matematicaparaconcurso.com/site/index.php?option= com_content&view=article&id=226:historia-do-calculo&catid=62:historia damatematica-de Outubro de 2014.

Gomes, F. (2005). *Matemática 12º ano*. Volumes I, II, III. Texto Editores.

Iezzi, G. (2004). Fundamentos de Matemática elementar I. 8ª Edição: São Paulo Editoras.

INIDE. *Programa da Disciplina de Matemática.*12ª Classe.

Jungk, W. (1985). conferencia sobre Metodologia de la enseñanza de la Matematica 1. Playa, ciudade de la Habana: Editorial Pueblo y Educacion

Oliveira, M. (2010). *Consultoria Científica e Pedagógica Matemática.* 12ª Classe.